

碎石土隧道自稳性的三维离散元分析

魏龙海, 王明年

(西南交通大学 土木工程学院, 成都 610031)

摘 要: 随着国家对基础设施建设投资力度的不断加大, 一些需要穿越碎石土体的隧道不断涌现。针对铁路、公路建设中遇到的碎石土隧道的自稳问题, 利用改进后的三维离散元模型及编制的计算软件, 对碎石土隧道的自稳性进行了模拟分析, 探讨了粒径与隧道自稳性之间的关系, 研究了粒径分别为 0.1, 0.2, 0.35, 0.5, 1, 2 m 等碎石土隧道能够自稳时的最大跨度, 并模拟分析了碎石土隧道塌落量与跨度之间的关系。使用的方法和得出的结论对类似工程有一定的参考意义。

关 键 词: 三维离散元; 碎石土; 隧道自稳跨度; 粒度

中图分类号: O 241

文献标识码: A

Stability analysis of gravel soil tunnel by three-dimensional discrete element method

WEI Long-hai, WANG Ming-nian

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: In recent years, some gravel soil tunnels avalanche along with the continual increase of base-building investment by the government. The stabilities of surrounding rocks of gravel soil tunnels which appeared on the stocks of railway and highway were computed by using improved discrete element method software. Firstly, the self-stability of surrounding rock was analysed. Secondly, the relations between tunnel-stability and gravel diameter were discussed; and the limited-dig-span of tunnel of gravel diameters of 0.1 m, 0.2 m, 0.35 m, 0.5 m, 1 m, 2 m were studied respectively. Finally, the relation between tunnel span and collapse quantity was computed. The method and result can give reference to the similar engineering.

Key words: three-dimensional discrete element method; gravel soil; tunnel self-stability span; granularity

1 引 言

近几年, 随着国家对基础设施建设投资力度的不断加大, 一些需要穿越碎石土体的隧道不断涌现。在碎石土体中修建隧道, 由于原来的受力结构受到破坏, 引起了围岩的应力重分布, 这有可能会使隧道失去稳定。一直以来, 人们对此问题的数值分析多采用有限单元法, 而对其失稳过程的物理模拟研究则多采用相似材料模型试验和大型现场模型试验。但碎石土体为非连续性、非均匀性的复杂介质, 若再采用有限单元法就需要很大的存储容量和计算量, 而且由于相邻界面位移必须协调, 对于奇异性问题的处理比较麻烦, 这些都是有限单元法的不足之处; 相似材料模型试验和大型现场模型试验虽能较好地模拟失稳过程, 但花费过于昂贵, 于是人们

不断的寻求新的数值方法来研究此类问题。离散单元法的提出, 使长期困扰人们的富含节理岩体的数值模拟问题找到了较为满意的解决途径。本文拟采用三维离散元对碎石土隧道的自稳性进行数值模拟分析。

2 离散单元法的基本原理及边界处理

离散单元法是 20 世纪 70 年代发展起来的一种用于分析节理岩石的数值计算方法。最初是为解决岩石系统的大规模运动, 由 Cundall^[1]于 1971 年提出来的, 用于模拟岩体的断裂和破坏过程。这种方法很快在边坡、基础及放矿力学研究等各方面得到了应用。

2.1 离散元法基本原理及方程

三维离散单元法是把散粒体的运动先分成单个

颗粒的运动, 对每个颗粒建立运动方程, 颗粒与颗粒之间的碰撞, 由于接触点附近局部的塑性变形和破损, 模型建立是在相碰撞的两粒子之间置入一个刚性系数为 k 的弹簧和阻尼系数为 η 的阻尼器。离散单元法假定各单元之间的作用力与它们之间的相对位移量成正比, 然后应用牛顿力学建立单元运动方程, 最后通过差分法求解出一个微小时段的速度和位移, 在空间域上对所有的单元实施上述求解过程, 并对时域进行积分, 由此计算出散粒体的大位移、大变形^[2, 8-12]。

若仅考虑颗粒的碰撞力, 则对于每个颗粒来说应满足如下的运动方程:

$$\left. \begin{aligned} m_i \frac{d^2 \mathbf{u}_i}{dt^2} + \eta \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} + k\mathbf{u}_i &= 0 \\ I_i \frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} + \eta \frac{d\varphi_i}{dt} + k\varphi_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: m_i 为粒子质量; I_i 为粒子的转动惯量; $\mathbf{u}_i$ 为第 i 个粒子的位移矢量; φ_i 为第 i 个粒子转动角度; k 为刚性系数; η 为阻尼系数。

式 (1) 可简写为

$$m\ddot{\mathbf{u}}(t) + \eta\dot{\mathbf{u}}(t) + k\mathbf{u}(t) = 0 \quad (2)$$

式 (2) 的动态松弛解法就是假定 $t + \Delta t$ 时刻以前的变量 $\mathbf{u}(t)$, $\ddot{\mathbf{u}}(t - \Delta t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t - \Delta t)$ 以及 $\mathbf{u}(t - \Delta t)$ 等已知, 利用中心差分法, 式 (2) 可以变成

$$\left. \begin{aligned} m[\mathbf{u}(t + \Delta t) - 2\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}(t - \Delta t)]/(\Delta t)^2 + \\ c[\mathbf{u}(t + \Delta t) - \mathbf{u}(t - \Delta t)]/(2\Delta t) + k\mathbf{u}(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: Δt 为计算时步。

由式 (3) 可以解出:

$$\mathbf{u}(t + \Delta t) = \frac{\left\{ \left(\frac{c}{2} \Delta t - m \right) \mathbf{u}(t - \Delta t) + [2m - k(\Delta t)^2] \mathbf{u}(t) \right\}}{\left(m + \frac{c}{2} \Delta t \right)} \quad (4)$$

由于上式中右边的量都是已知的, 因此, 可以求出左边的量 $\mathbf{u}(t + \Delta t)$ 。再将 $\mathbf{u}(t + \Delta t)$ 代入下面两式中, 就可以得到单元在 t 时刻的速度 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 和加速度 $\ddot{\mathbf{u}}(t)$:

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = [\mathbf{u}(t + \Delta t) - \mathbf{u}(t - \Delta t)]/(2\Delta t) \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = [\mathbf{u}(t + \Delta t) - 2\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}(t - \Delta t)]/(\Delta t)^2 \quad (6)$$

上述求解过程以图形表示如图 1 所示。

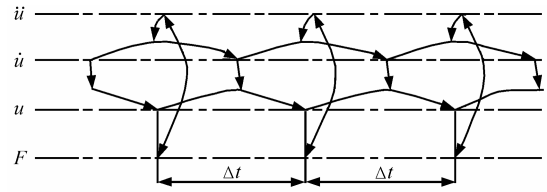


图 1 计算流程图

Fig.1 The flow chart

在三维情况下, 为了方便, 取颗粒为球体 (半径为 r_i)。两两颗粒接触判别式为

$$\left. \begin{aligned} (r_i + r_j)CNC &\geq R_{ij} \\ R_{ij} &= \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: r_i , r_j 分别为两粒子的半径; CNC 为两粒子的接近系数, 与粒径结构有关, 一般 $CNC \geq 1.0$, R_{ij} 为两粒子中心距离^[3, 7]。

2.2 边界处理

边界处理可以有两种方法: 一是直接由球状体构造边界, 此方法数学表述简单, 但却加大了计算时间和计算机内存的需求; 二是用三角形板构造边界, 本文主要介绍第 2 种方法的数学描述。

球状散粒体与某一边界板之间的关系可由距离和域来确定。设第 m 个边界板顶点坐标为: $a(x_a, y_a, z_a)$, $b(x_b, y_b, z_b)$, $c(x_c, y_c, z_c)$, 则其单位法向量 $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ 可由此 3 个顶点确定, 再设某球状散粒体 m 中心坐标为 (x_i, y_i, z_i) , 则可以由式 (8) 平面方程和直线方程确定相交点 (x_n, y_n, z_n) :

$$\left. \begin{aligned} n_x(x_n - x_a) + n_y(y_n - y_a) + n_z(z_n - z_a) &= 0 \\ \frac{x_n - x_i}{n_x} = \frac{y_n - y_i}{n_y} = \frac{z_n - z_i}{n_z} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

接下来要判断相交点是否在有效域内, 即是否满足 $(x_n, y_n, z_n) \in \Omega_m$, 如果成立, 则可计算出位移大小 d_b 。散粒体与边界法线方向的作用力与散粒体之间的算法相同, 边界对散体单元摩擦阻力用下式计算:

$$F_b = f_b a \rho_m |\mathbf{v}| \mathbf{v} \quad (9)$$

式中: f_b 为摩擦系数; a 为接触面积; $\mathbf{v}$ 为离散体速度矢量^[3]。

3 计算参数及接触检索

在三维离散单元法模型中, 接触刚度系数、阻尼系数及时间步长等参数的合理选取是至关重要的。它们的取值直接影响计算的稳定性及结果精度, 原因在于动态松弛法求解的是振动方程, 要得到稳

定的解必须选取适当的阻尼系数和时步等参数。

3.1 计算参数选取

本文采用由赫兹理论推导得到的等效法向刚度与切向刚度值。半径分别为 R_1 和 R_2 的 2 个圆球，其弹性参数分别为： E_1 、 G_1 、 ν_1 和 E_2 、 G_2 、 ν_2 ，如果他们的边界有重叠，就存在接触，也就是说相对靠近满足下面条件：

$$\alpha = R_1 + R_2 - \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} > 0 \quad (10)$$

式中 $x_x, y_x, z_x (i=1, 2)$ 是 2 个球心直角坐标。

如果不考虑表面黏连，由相对靠近量引起的发向接触力，根据赫兹理论有：

$$N = \frac{4E^*}{3R^*} a^3 \quad (11)$$

式中 $a = \sqrt{\alpha R^*}$ 是与相对两球的靠近量相关的接触半径， R^* 和 E^* 的定义为

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; \quad \frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (12)$$

在一个时间步长内，如果两球接触的相对靠近量是 $\Delta\alpha$ ，那么，与之对应的法向力增量根据前式有：

$$\Delta N = 2E^* a \Delta\alpha \quad (13)$$

无黏连时两球接触的切向力由 Mindlin 和 Dericiewicz 理论得出。如果两接触表面产生一个切向位移增量 δ ，便在圆周上开始产生相对滑移，并通过环形接触区向内部发展。由切向位移增量 $\Delta\delta$ 引起的切向力增量 ΔF 不仅依赖于加载历史也受到法向力变化的影响。对于各种情况下的切向力都可以由下式得到：

$$\Delta T = 8G^* \alpha \theta_k \Delta\delta + (-1)^k \mu \Delta N (1 - \theta_k) \quad (14)$$

式中：如果 $|\Delta T| < \mu \Delta N$ ，则 $\theta_k = 1$ ；否则：

$$\theta_k = \begin{cases} \sqrt[3]{1 - \frac{T + \mu \Delta N}{\mu N}} & (k=0) \\ \sqrt[3]{1 - \frac{(-1)^k (T - T_k) + 2\mu \Delta N}{2\mu N}} & (k=1, 2) \end{cases} \quad (15)$$

式中： $k=0, 1, 2$ 分别为加载、卸载、重新加载； $\Delta\delta$ 为接触时两球的相对位移增量； μ 为摩擦系数； T_k 为从卸载或重新加载开始的原先的切向力； G^* 为

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2-\nu_1}{G_1} + \frac{2-\nu_2}{G_2} \quad (16)$$

计算完毕，前式中的 T_k 更新为 $T_k = T_k - (-1)^k \cdot \mu \Delta N$ ，以适应每个时步法向力变化的影响^[4-6]。

为了提高计算的收敛速度，本文采用局部无黏性阻尼法，单元上的阻尼力与非平衡力的大小成比例，阻尼力方向确保能量总是能够耗散，下式包含了局部阻尼方案：

$$\begin{cases} \dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left\{ \sum F_i^{(t)} - (F_d)_i \right\} \Delta t / m_i \\ (F_d)_i = \alpha \left| \sum F_i^{(t)} \right| \text{sign}(\dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)}) \end{cases} \quad (17)$$

式中： F_d 为阻尼力； α 为常数（此处取 0.8）； m_i 为单元质量。

时步的估算值其理论基础是求解单自由度有阻尼弹性体系的中心差分格式下的临界时步 Δt ，根据公式 $\Delta t \leq 2\sqrt{\frac{m}{k}}$ ，选用离散单元法的计算时步时，解一般是收敛、可靠的。

3.2 破坏准则

设单元间的黏着力用 c 、内摩擦角用 ϕ 、拉伸强度用 F_t 表示。散体单元之间基本上不能承受拉应力，亦即 $F_t = 0$ ，此时在单元法向可以承受压应力，切向有库仑摩擦力。考虑采用 Mohr-Coulomb 理论来描述散体单元之间的作用力。

$$\begin{cases} \text{当 } e_s \leq 0 \text{ 时, } e'_s = \max(e_s, e_n \tan \phi) \\ \text{当 } e_s > 0 \text{ 时, } e'_s = \min(e_s, e_n \tan \phi) \end{cases} \quad (18)$$

式中： e_n 为单元法向的弹性作用力； e_s 为单元切向的弹性作用力； e'_s 为修正的滑动摩擦力。

3.3 邻近单元接触检索

在计算 2 个单元的接触力前，必须确定它们是否符合接触条件，对于所有单元两两进行检索是不现实的。本文针对球颗粒的特点，采用“链”式结构搜索法，该方法思路如下：第一步计算时，采用全局搜索，并将第 i 个元素的一级相邻元素用链表记录下来，在接下来的时间步长内，当查找第 i 个元素的相邻关系时，只判断上一步所记录的该元素的链式结构体内的元素即可，元素的链式结构体的大小取决于所研究的问题和所选时间的步长。为了防止元素结构体内丢失相邻元素，应每隔若干步再进行全局搜索一次。同理，全局搜索的间隔长度，也与所研究的问题和所选时间步长有关，一般通过实践可以确定。图 2 是这种方法示意图，图中 1, 2, 3 分别表示 i 元素的第一、二、三级相邻元素链^[6]。

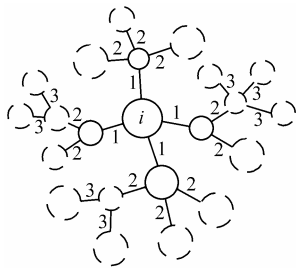


图2 链式结构体示意图

Fig.2 Hint configuration of chain-structure

4 计算结果及分析

由于软件采用动态松弛解法,因此,在分析实际问题时,要对计算模型的收敛稳定性进行检验。现以粒径为 0.35 m 的碎石土体为例分析模型的计算稳定性,取土体范围为 21 m×21.26 m,单元数为 4 165 个,碎石土体物理参数为: $E=2\times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu=0.35$, $G=E/2(1+\nu)$, $\rho=1.8\times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $c=0$, $\phi=35^\circ$ 。图 3 为碎石土体离散元模型(为图形的清晰显示见,文中只绘出离散元模型的断面图,即以二维图形显示)。

首先让该碎石土体在自重作用下运动并使其达到稳定,体系稳定性的判据主要有 3 个:平均速度时程曲线图,最大速度时程曲线图及特征单元的位移图。当平均速度和最大速度值趋近于 0(如 $v<1\times 10^{-5} \text{ s}$)或特征单元的位移达到某一值而不再变化时,就认为体系达到了稳定,亦即计算模型是收敛的。图 4~6 说明计算模型已经达到稳定。

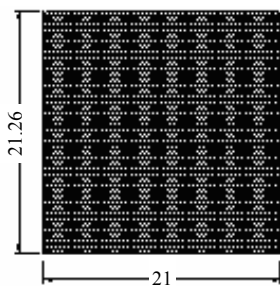


图3 碎石体离散元模型(单位: m)

Fig.3 Discrete element modeling of gravel(unit: m)

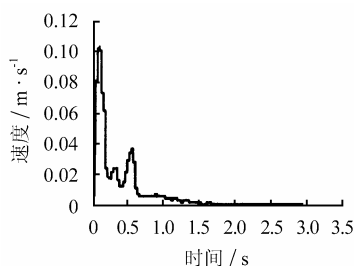


图4 平均速度时程曲线

Fig.4 Time-history curve of average velocity

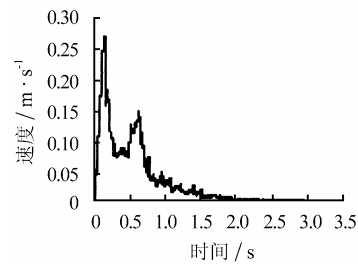


图5 最大速度时程曲线

Fig.5 Time-history curve of maximum velocity

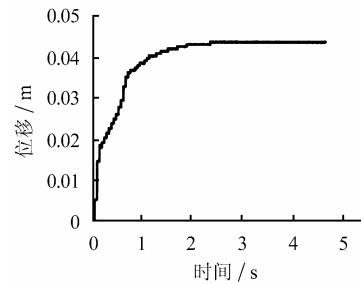


图6 位移时程曲线

Fig.6 Time-history curve of displacement

在前面理论分析的基础上,本文编制了 3DEM 计算软件,对粒径为 0.1, 0.2, 0.35, 0.5, 1, 2 m 的均质碎石土隧道的自稳性分别进行了模拟分析,通过对比分析几种粒径碎石土隧道的自稳性发现:碎石土隧道自稳性与颗粒粒径的大小关系非常密切,粒径越大,隧道自稳性越好。下面对这几种粒径的情况分别予以介绍:

4.1 碎石粒径为 0.1 m

在研究粒径为 0.1 m 的碎石土隧道自稳性时,本文计算了几种不同跨度隧道的情况。由图 7、图 8 所示的计算结果可知,在粒径为 0.1 m 的碎石土中修建隧道,其自稳性是很差的,当跨度为 1 m 时,隧道顶部就会有部分颗粒塌落下来。由于此种粒径碎石土体隧道能够自稳的跨度很小,在此把 1 m 定为其允许的最大跨度。

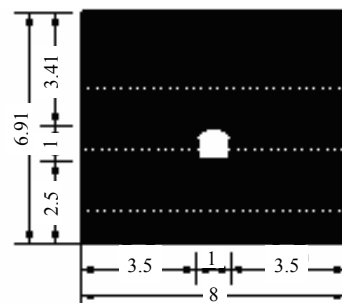


图7 初始开挖模型(单位: m)

Fig.7 The model of initial digging (unit: m)

4.2 碎石粒径为 0.2 m

在研究粒径为 0.2 m 的碎石土隧道自稳性时, 也计算了几种不同跨度隧道的情况。由图 9、图 10 可以看出, 当跨度为 1 m 时, 隧道是能够自稳的。由于此种粒径碎石土体隧道能够自稳的跨度很小, 在此把 1 m 定为其允许的最大跨度。当隧道跨度增大为 2 m 时, 由图 12 可以看出, 其失去了自稳, 此种粒径碎石土隧道能够自稳的最大跨度为 2 m。

4.3 碎石粒径为 0.35 m

同前述两种粒径的分析过程, 并结合下面计算结果(图 13~16)在粒径为 0.35 m 的碎石土体中修建隧道, 当跨度为 5 m 时, 隧道是能够自稳的。当隧道跨度增大为 6 m 时, 由图 15 可以看出, 隧道顶部有部分颗粒塌落下来, 因此, 粒径为 0.35 m 的碎石土隧道能够自稳的最大跨度为 6 m。

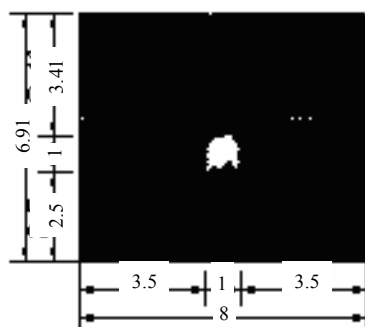


图 8 模拟结果(单位: m)
Fig.8 Simulation result
(unit: m)

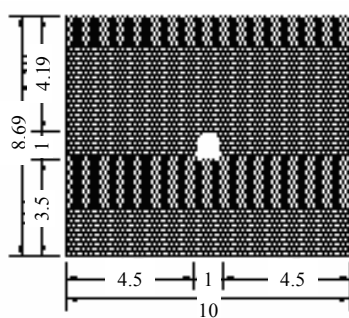


图 9 初始开挖模型(单位: m)
Fig.9 The model of initial digging
(unit: m)

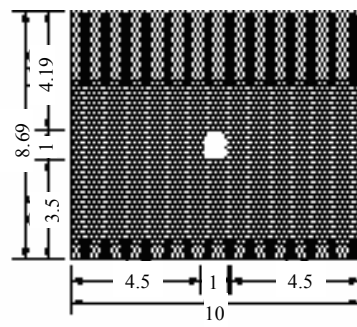


图 10 模拟结果(单位: m)
Fig.10 Simulation result
(unit: m)

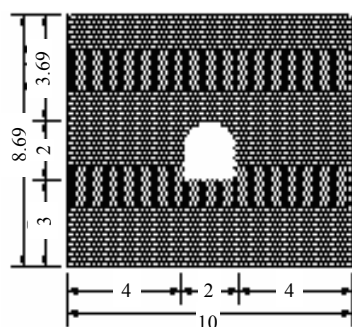


图 11 初始开挖模型(单位: m)
Fig.11 The model of initial digging
(unit: m)

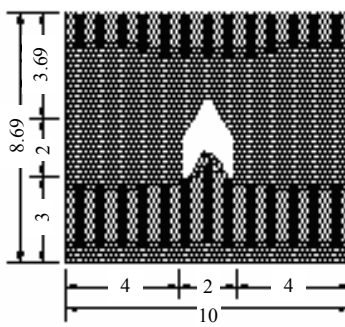


图 12 模拟结果(单位: m)
Fig.12 Simulation result
(unit: m)

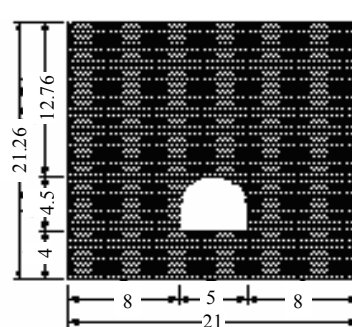


图 13 初始开挖模型(单位: m)
Fig.13 The model of initial digging
(unit: m)

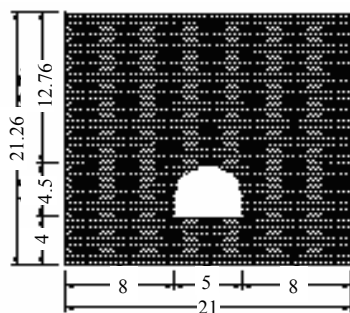


图 14 模拟结果(单位: m)
Fig.14 Simulation result
(unit: m)

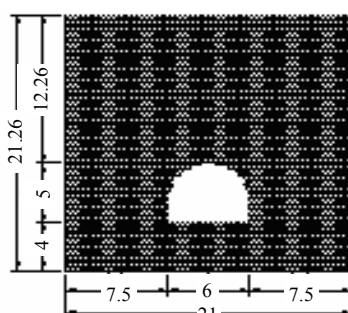


图 15 初始开挖模型(单位: m)
Fig.15 The model of initial digging
(unit: m)

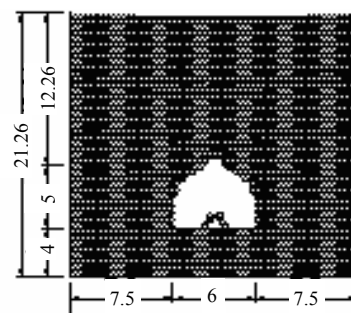


图 16 模拟结果(单位: m)
Fig.16 Simulation result
(unit: m)

4.4 碎石粒径为 0.5 m

由图 17~20 可以看出,在粒径为 0.5 m 的碎石土体中修建隧道,当跨度为 6 m 以下时,隧道是能够自稳的。当隧道跨度增大为 7 m 时,隧道顶部有部分颗粒塌落,因此,粒径为 0.5 m 的碎石土隧道能够自稳的最大跨度为 7 m。

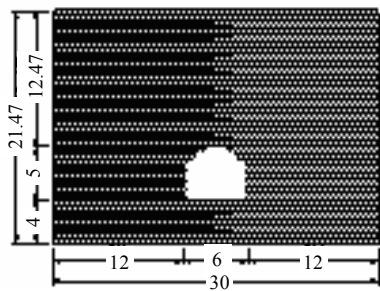


图 17 初始开挖模型(单位: m)

Fig.17 The model of initial digging(unit: m)

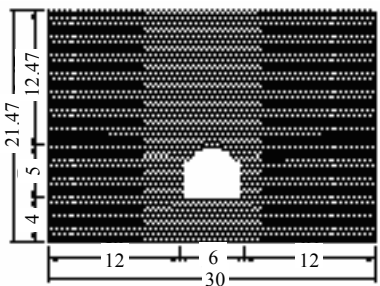


图 18 模拟结果(单位: m)

Fig.18 Simulation result (unit: m)

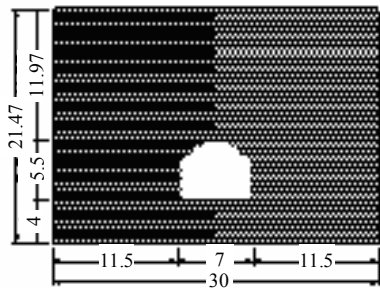


图 19 初始开挖模型(单位: m)

Fig.19 The model of initial digging (unit: m)

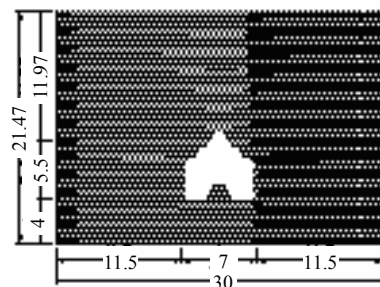


图 20 模拟结果(单位: m)

Fig.20 Simulation result (unit: m)

4.5 碎石粒径为 1 m

由图 21~24 可以看出,在粒径为 1 m 的碎石土体中修建隧道,当跨度为 6 m 以下时,隧道是能够自稳的。当隧道跨度增大为 7 m 时,隧道顶部有部分颗粒塌落,因此,粒径为 0.5 m 的碎石土隧道能够自稳的最大跨度为 7 m。

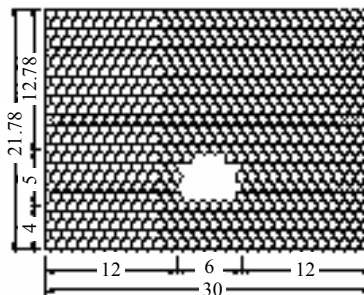


图 21 初始开挖模型(单位: m)

Fig.21 The model of initial digging (unit: m)

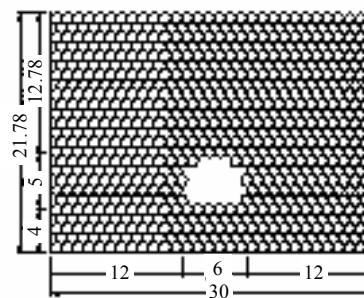


图 22 模拟结果(单位: m)

Fig.22 Simulation result (unit: m)

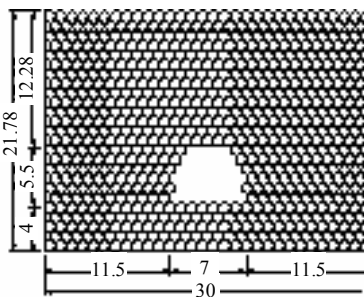


图 23 初始开挖模型(单位: m)

Fig.23 The model of initial digging (unit: m)

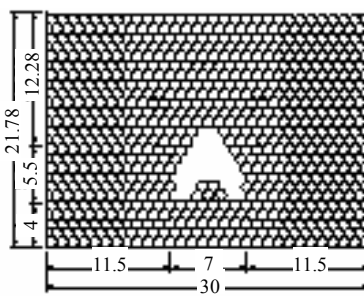


图 24 模拟结果(单位: m)

Fig.24 Simulation result (unit: m)

4.6 碎石粒径为 2 m

由图 25~28 可以看出, 在粒径为 2 m 的碎石土体中修建隧道, 当跨度为 8 m 以下时, 隧道是能够自稳的。当隧道跨度增大为 9 m 时, 隧道顶部有部分颗粒塌落, 因此, 粒径为 0.5 m 的碎石土隧道能够自稳的最大跨度为 9 m。

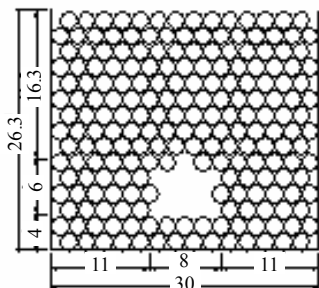


图 25 初始开挖模型(单位: m)

Fig.25 The model of initial digging (unit: m)

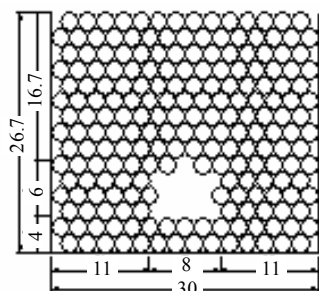


图 26 模拟结果(单位: m)

Fig.26 Simulation result (unit: m)

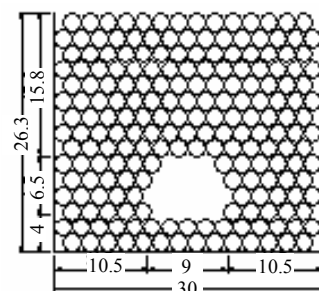


图 27 初始开挖模型(单位: m)

Fig.27 The model of initial digging (unit: m)

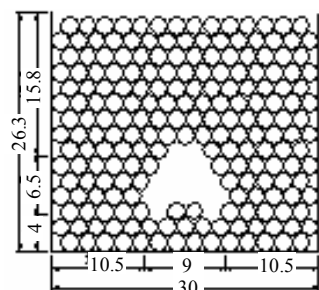


图 28 模拟结果(单位: m)

Fig.28 Simulation result (unit: m)

4.7 碎石土隧道塌落量与跨度的关系

本文还研究了上述几种粒径的碎石土隧道塌落量与跨度之间的关系, 并绘出了开挖跨度与塌方量的关系图。限于篇幅, 下面只介绍粒径为 0.35 m 的情况, 由图 29 可以看出, 跨度为 5 m 以下时, 在无支护情况下此类围岩是稳定的, 然后随着开挖跨度的增大, 围岩逐渐失去稳定, 随跨度的增加, 塌落量急剧增大。表 1 为碎石土粒径与隧道自稳时的最大跨度关系表。

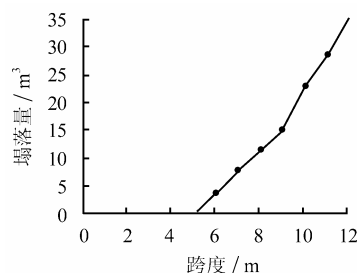


图 29 塌落量与跨度的关系图

Fig.29 Relation between collapse quantity and span of tunnel

表 1 碎石土粒径与隧道自稳时的最大跨度关系表

Table 1 The relations between tunnel-stability and the diameter of gravel

粒径/m	0.1	0.2	0.35	0.5	1	2
跨度/m	1	2	6	7	7	9

5 结 语

(1) 本文改进了三维离散元模型, 并在此基础上编制了用于分析碎石土隧道自稳性的 3DEM 计算软件。

(2) 应用自编的 3DEM 计算软件模拟分析了几种不同粒径的碎石土隧道自稳性与最大跨度之间的关系, 初步确定了几种粒径碎石土隧道能够自稳的最大跨度。

(3) 模拟分析了碎石土隧道塌落量与跨度之间的关系, 通过所绘制的开挖跨度与塌落量之间的关系图发现: 在跨度较小时, 碎石土隧道是能够自稳的; 但随着跨度的增大, 围岩逐渐失去稳定, 并且随跨度的增加塌落量急剧增大。

参 考 文 献

[1] CUNDALLI P A. A computer model for simulating

- progressive: large scale movement in blocky rock systems[C]//Symp ISRM. France: nancy, 1971: 129—136.
- [2] 焦玉勇, 葛修润, 刘泉声, 等. 三维离散单元法及其在滑坡分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 101—104.
- JIAO Yu-yong, GE Xiu-run, LIU Quan-sheng, et al. Three-dimensional discrete element method and its application to landslide analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(1): 101—104.
- [3] 陈春光, 姚令侃, 王沁. 三维离散单元法在泥石流堆积研究中的应用[J]. 自然灾害学报, 2003, 12(4): 55—61.
- CHEN Chun-guang, YAO Ling-kan, WANG Qin. Application of three dimensional discrete element method to studies of debris-flow deposit process[J]. **Journal of Natural Disasters**, 2003, 12(4): 55—61.
- [4] 刑纪波, 俞良群, 张瑞丰, 等. 离散单元法的计算参数和求解方法选择[J]. 计算力学学报, 1999, 16(1): 47—51.
- XING Ji-bo, YU Liang-qun, ZHANG Rui-feng, et al. Determination of calculating parameters and solution methods of discrete element method[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 1999, 16(1): 47—51.
- [5] 徐春晖. 存在填系流体颗粒离散元法理论研究[博士学位论文 D]. 北京: 中国农业大学, 2003.
- [6] 王光纶, 张楚汉, 彭冈, 等. 刚快动力试验与离散元法动力分析参数选择的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(2): 124—133.
- WANG Guang-lun, ZHANG Chu-han, PENG Gang, et al. Dynamic test of rigid blocks and parameter study in dynamic analysis of distinct elements[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1994, 13(2): 124—133.
- [7] 罗海宁, 焦玉勇. 对三维离散单元法中块体接触判断算法的改进[J]. 岩土力学, 1999, 20(2): 38—40.
- LUO Hai-ning, JIAO Yu-yong. Improvement of Contact Judgement Algorithm in 3-D DEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1999, 20(2): 38—40.
- [8] 张翠兵, 邓志勇, 高凌天, 等. 抛石散体振动密实过程的离散元数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(1): 95—100.
- ZHANG Cui-bin, DENG Zhi-yong, GAO Ling-tian, et al. Numerical simulation of vibration compacting process on loose media by distinct element method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(1): 95—100.
- [9] 蒋鹏, 李荣强, 孔德坊, 等. 离散元法用于块石土强夯过程模拟[J]. 岩土力学, 1999, 20(3): 29—34.
- JIANG Peng, LI Rong-qiang, KONG De-fang, et al. Computer simulation of the dynamic compacting process on granular soil by DEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1999, 20(3): 29—34.
- [10] 徐泳, 孙其诚, 张凌, 等. 颗粒离散元研究进展[J]. 力学进展, 2003, 33(2): 251—260.
- XU Yong, SUN Qi-cheng, ZHANG Ling, et al. Advances in discrete element methods for particulate materials[J]. **Advances in Mechanics**, 2003, 33(2): 251—260.
- [11] 刑纪波, 王泳嘉. 离散元法的改进及其在颗粒介质研究中的应用[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(5): 51—57.
- XING Ji-bo, WANG Yong-jia. Improvement of discrete element method and its applications to granular media[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1990, 12(5): 51—57.
- [12] 李世海, 高波, 燕琳. 三峡永久船闸高边坡开挖三维离散元数值模拟[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 272—277.
- LI Shi-hai, GAO Bo, YAN Lin. 3-D simulation of the excavation of high steep slope of Three Gorges permanent shiplock by distinct element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(3): 272—277.